PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CURSO 2.006-2.007 - CONVOCATORIA:

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

- Cada alumno debe elegir sólo una de las pruebas (A o B) y, dentro de ella, sólo debe responder (como máximo) a cuatro de las cinco preguntas.
- Cada una de las preguntas tiene una puntuación máxima de 2.5

Prueba A

1.- En el año 1990 el 25% de los partos fueron de madres de más de 30 años. Este año se ha tomado una muestra de 120 partos de los cuales 34 fueron de madres de más de 30 años.

a) Con una significación del 10%, ¿se puede aceptar que la proporción de partos de madres de más de 30 años sigue siendo como mucho del 25%, frente a que ha aumentado?

$$\left.\begin{array}{l} H_0 : p \le 0.25 \\ H_1 : p > 0.25 \end{array}\right\} \quad n = 120;\ \hat{p} = \frac{34}{120} = 0,283;\quad \alpha = 0,1;\ z_{0,1} = 1.28$$

a) Región de rechazo:

$$\left\{ \hat{p} < p_0 - z_\alpha \sqrt{\frac{p_0\left(1-p_0\right)}{n}} \right\} = \left\{ \hat{p} > 0.25 + 1.28\sqrt{\frac{0.25 \cdot 0.75}{120}} \right\} = \left\{ \hat{p} > 0.3 \right\}$$

Como $\hat{p} = 0.283 < 0.3$ se acepta H_0.

b) Obtener un intervalo de confianza de la proporción de partos de madres de más de 30 años al 90% de confianza

$$n = 120;\ \hat{p} = \frac{34}{120} = 0,283;\quad \alpha = 0,1;\ \frac{\alpha}{2} = 0,05;\ z_{0,05} = 1,64$$

$$\left[\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}},\ \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}} \right] =$$

$$= \left[0,283 - 1,64\sqrt{\frac{0.283\left(1-0.283\right)}{120}}\ ,\quad 0,283 + 1,64\sqrt{\frac{0.283\left(1-0.283\right)}{120}} \right] =$$

$$= \left[0.283 \pm 0.067\right] = \left[0.216, 0.35\right]$$

2.- Se tomó una muestra de 64 turismos de gasolina y se observo que el consumo medio fue de 9.36 litros cada 100 kilómetros con una desviación típica de 1.4 litros. Se pide:

a) Obtener un intervalo de confianza del consumo medio en los turismos de gasolina al 96% de confianza.

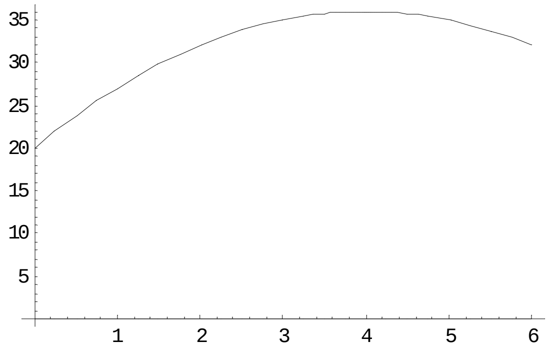
$$\left[\overline{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]=\left[9.36-2.05\frac{1.4}{\sqrt{64}},\ 9.36+2.05\frac{1.4}{\sqrt{64}}\right]=[9.36\pm 0.358]=\left[\,9.002,\ 9.718\,\right]$$

b) ¿De qué tamaño debería ser la muestra si, con la misma confianza, queremos que el error máximo cometido en la estimación sea de un cuarto de litro?

$$n\geq\left(\frac{z_{\alpha/2}\cdot\sigma}{E}\right)^2=\left(\frac{2.05\cdot 1.4}{0.25}\right)^2=131.79\Rightarrow n\geq 132$$

3.- El consumo de un motor, en un trabajo de 6 horas, viene dado por la expresión $c(t)=-t^2+8t+20$, siendo t el tiempo en horas, $0\leq t\leq 6$.

a) ¿Que momento es el de mayor consumo? ¿Cuánto es el consumo máximo?



$c'(t)=0\Rightarrow -2t+8=0\Rightarrow t=4$

$c(4)=-4^2+8\cdot 4+20=36$ litros por hora

b) ¿Cuánto consume en total el motor en las 6 horas que dura el trabajo?

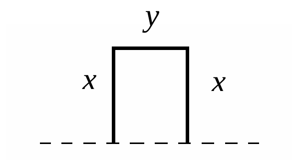
$$\int_0^6\left(-t^2+8t+20\right)dx=-\frac{t^3}{3}+4t^2+20t\Big|_0^6=192$$

4.- Se dispone de una tabla de 4 metros de larga para hacer los tres lados del bastidor de una puerta rectangular de ventilación.

a) Que medidas debemos darle a los lados del bastidor para que la ventilación sea máxima.

$Max\ \ x\cdot y$ con la restricción $2x+y=4$

$2x+y=4\ \Rightarrow\ y=4-2x$



$Max\ \ x\cdot(4-2x)=Max\ \ 4x-2x^2$

$\left(4x-2x^2\right)'=4-4x$

$4-4x=0\Rightarrow\boxed{x=1}\Rightarrow\ y=4-2\cdot 1\Rightarrow\boxed{y=2}$

b) ¿Que superficie de ventilación se ha conseguido?

$S=x\cdot y=1\cdot 2=2\ m^2$

5.- Una aseguradora tiene tres tarifas: una para adulto, otra para niño y otra para anciano. Se sabe que una familia de 3 adultos, 2 niños y 1 anciano paga 215 €, una segunda familia de 4 adultos, 1 niño y 2 ancianos paga 260 €, una tercera familia de 2 adultos, 2 niños y 1 anciano paga 190 €.

a) ¿Cuánto paga cada niño, adulto y anciano?

$$\left.\begin{array}{l}3x+2y+z=215\\4x+y+2z=260\\2x+2y+z=190\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{r}x=25\\y=40\\z=60\end{array}\right\}$$

b) ¿Cuánto pagará una familia de 5 adultos 3 niños y 2 ancianos?

$$5\cdot 25+3\cdot 40+2\cdot 60=315$$

Prueba B

1.- En un periódico se lee la siguiente información: *"Se ha tomado una muestra aleatoria de 36 unidades de consumo mensual en teléfono móvil y el intervalo de confianza al 95%, para el consumo medio, ha sido* $\left[18,22\right]$ *"*

a) ¿Cuánto fue el consumo medio muestral en teléfono móvil?

La media muestral sabemos que es el punto medio del intervalo de confianza $\frac{18+22}{2}=20$

b) ¿Cuánto fue la desviación típica ?

$$\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=22 \Rightarrow 20+1.96\frac{\sigma}{\sqrt{36}}=22 \Rightarrow \sigma=\frac{2\cdot 6}{1.96}=6.12$$

c) ¿Cuál sería el intervalo de confianza al 90% de confianza para el consumo medio?

$$\left[\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]=\left[20-1.64\frac{6.12}{\sqrt{36}},\ 20+1.64\frac{6.12}{\sqrt{36}}\right]=[20\pm 1.6728]=\left[18.3272,21.6728\right]$$

2.- Se quiere estimar la media del consumo, en litros, de leche por persona al mes. Sabiendo que dicho consumo sigue una normal con desviación típica de 6 litros.

a) ¿Qué tamaño muestral se necesita para estimar el consumo medio con un error menor de 1 litro y con un nivel de confianza del 96%?

$$n\geq\left(\frac{z_{\alpha/2}\cdot\sigma}{E}\right)^2=\left(\frac{2.05\cdot 6}{1}\right)^2=151.29\Rightarrow n\geq 152$$

b) Si la media del consumo mensual de leche por persona fuese igual a 21 litros, hallar la probabilidad de que la media de una muestra de 16 personas sea mayor que 22 litros.

$$\bar{X}_{16}\approx N\left(\mu,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=N\left(21,\frac{6}{\sqrt{16}}\right)=N\left(21,1.5\right)$$

$$p\left(\bar{X}_{16}>22\right)=p\left(Z>0.66\right)=0.2546$$

3.- Dos estudiantes quieren contrastar si el consumo medio en teléfono móvil entre los estudiantes es como máximo de 10 euros frente a si es mayor. El primero, en una muestra de 36 estudiantes, obtuvo una media de 10.4 euros con una desviación típica de 2 euros. El segundo obtuvo, en una muestra de 49 estudiantes, una media de 10.39 con una desviación típica de 2 euros.

a) ¿Qué decisión toma el primero con un nivel de significación del 10%?

$$\left.\begin{array}{l}H_0:\mu\leq 10\\ H_1:\mu>10\end{array}\right\}\text{Región de Rechazo:}\left\{\bar{x}>\mu_0+z_\alpha\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right\}=\left\{\bar{x}>10+1.28\frac{2}{\sqrt{36}}\right\}=\left\{\bar{x}>10.42\right\}$$

$10.4<10.42\Rightarrow$ Se acepta H_0.

b) ¿Qué decisión toma el segundo con un nivel de significación del 10%?

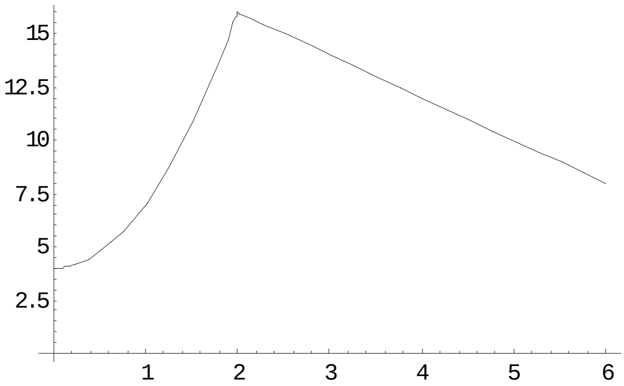
$$\left.\begin{array}{l} H_0 : \mu \leq 10 \\ H_1 : \mu > 10 \end{array}\right\} \text{Región de Rechazo: } \left\{ \overline{x} > \mu_0 + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right\} = \left\{ \overline{x} > 10 + 1.28 \frac{2}{\sqrt{49}} \right\} = \left\{ \overline{x} > 10.36 \right\}$$

$$10.39 > 10.36 \Rightarrow \text{ Se rechaza } H_0 .$$

4.- El precio de un artículo, que ha estado los últimos 6 años en el mercado, en función del tiempo t (en años) ha seguido la siguiente función:

$$P(t) = \begin{cases} 3t^2 + 4 & si \;\; 0 \leq t \leq 2 \\ -2t + 20 & si \;\; 2 < t \leq 6 \end{cases}$$

a) Representar la función precio en los últimos 6 años.



b) Estudiar cuando ha sido creciente y cuando decreciente el precio del artículo.

$$P'(t) = \begin{cases} 6t & si \;\; 0 \leq t \leq 2 \\ -2 & si \;\; 2 < t \leq 6 \end{cases} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{Si } \;\; t \in (0,2);\; P'(t) = 6t > 0 \Rightarrow P(t) \text{ es creciente} \\ \text{Si } \;\; t \in (2,6);\; P'(t) = -2 > 0 \Rightarrow P(t) \text{ es decreciente} \end{array} \right\}$$

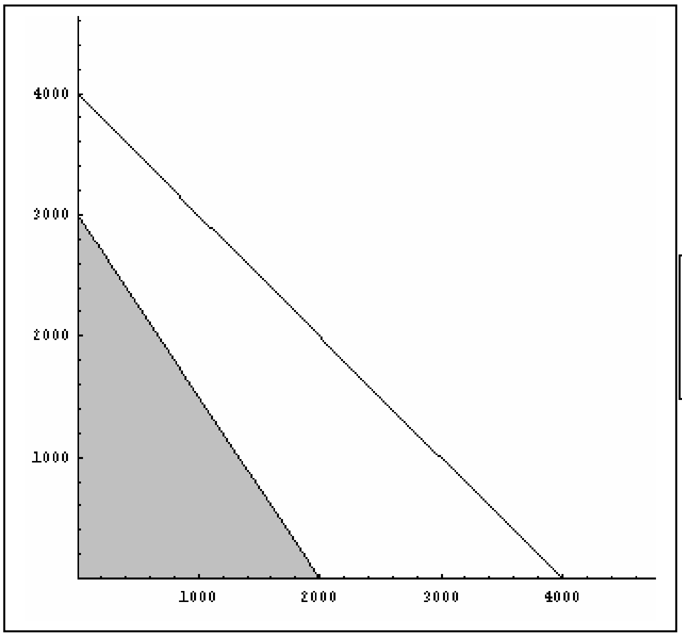
c) ¿Cuál fue el precio máximo que alcanzó el artículo? ¿Cuál es el precio actual?

$$P(2) = 16$$

$$P(6) = -2 \cdot 6 + 20 = 8$$

5.- Una fábrica de tabletas de chocolate tiene almacenados 600 kilos de chocolate y 400 kilos de almendras. La fábrica produce dos tipos de tabletas A y B. Las del tipo A llevan 300gr de chocolate y 100gr de almendras y se venden a 2 euros y las del tipo B llevan 200gr de chocolate y 100gr de almendras y se venden a 1,5 euros.

a) ¿Cuál es la cantidad óptima que debe fabricar de cada tipo, para que los ingresos sean máximos?



$$\begin{aligned} &Max \;\; 2x+1.5y \\ &s.a.: 300x+200y \leq 600000 \\ &\qquad 100x+100y \leq 400000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &f(2000,0) = 2 \cdot 2000 + 1.5 \cdot 0 = 4000 \\ &f(0,3000) = 2 \cdot 0 + 1.5 \cdot 3000 = 4500 \end{aligned}$$

b) Con la producción óptima, ¿cuánto sobra de chocolate y de almendras?

Chocolate que se consume = 300·0+200·3000=600000 luego se gasta todo el chocolate.

Almendras que se consume = 100·0+100·3000=300000, luego sobran 100000 gramos (100 kilos) de almendras.