

Elija una de las dos opciones, A o B, y conteste a las cuatro cuestiones que componen cada opción. No mezcle cuestiones de una y otra opción. TIEMPO: 90 MINUTOS

EXAMEN Nº 1 OPCIÓN A

1. Hacer un esquema de la gráfica de una función $f(x)$ que cumpla las siguientes propiedades:

- Tiene dos asíntotas verticales, $x = -3$ y $x = 3$.
- Para $x \rightarrow \pm\infty$, se cumple $f(x) \rightarrow 0$.
- $f(-4) = f(4) = \frac{25}{16}$.
- Es creciente en $(-\infty, -3) \cup (-3, 0)$ y es decreciente en $(0, 3) \cup (3, +\infty)$.
- $f(0) = 0$ y $f'(0) = 0$.

2. De todos los triángulos rectángulos cuyos catetos suman 15 cm, halla las dimensiones del que tiene área máxima.

3. Estudiar para qué valores de m es inversible la matriz siguiente:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ m & 0 & m \end{bmatrix}$$

y, en caso de ser posible, hallar su inversa para $m = -1$.

4. Dada la recta $r : \begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ -x - 2y + z = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi : 2x + y + mz - 3 = 0$, estudiar la posición relativa de la recta r

y el plano π según los valores del parámetro m , hallar también el punto de intersección de la recta r y el plano π en el caso de $m = 1$.

EXAMEN N° 1 OPCIÓN B

1. Dada la función $f(x)$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen} x & (x < 0) \\ -x^2 + ax + b & (x \geq 0) \end{cases}$$

determinar los valores de a y b para que resulte derivable en todos los puntos donde esté definida.

2. Dadas las funciones: $f(x) = -2x^2 + 12x - 10$; y $g(x) = -x^2 + 6x - 5$, se pide:

- Representar el recinto limitado por las gráficas de ambas funciones.
- Calcular el área de dicho recinto.

3. Discutir el siguiente sistema en función de los valores del parámetro m y resolverlo para $m = -2$:

$$\begin{aligned} x + my - z &= 1 \\ 2x + y - mz &= 2 \\ x - y - z &= m - 1 \end{aligned}$$

4. Obtener la ecuación del plano paralelo a las dos rectas siguientes:

$$r_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}; r_2: \begin{cases} 2x - y + z = -2 \\ -x + y + 3z = 1 \end{cases},$$

y que pasa por el punto $(1, 1, 2)$.