

Elija una de las dos opciones, A o B, y conteste a las cuatro cuestiones que componen cada opción. No mezcle cuestiones de una y otra opción. TIEMPO: 90 MINUTOS

EXAMEN N° 2 OPCIÓN A

1. Hacer un esquema de la gráfica de una función $f(x)$ que cumpla las siguientes propiedades:

- a) Tiene dos asíntotas verticales, $x = 1$ y $x = -1$.
- b) Para $x \rightarrow \pm\infty$, se cumple $f(x) \rightarrow 1$.
- c) $f(-2) = f(2) = 0$.
- d) Es creciente en $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$ y es decreciente en $(0, 1) \cup (1, \infty)$.
- e) $f(0) = 4$ y $f'(0) = 0$.

2. Se dispone de un lazo de cuerda de 10 metros de largo, con el cual se dibuja en el suelo una figura formada por una parte rectangular a la que se adosa, en uno de los lados menores, un triángulo equilátero:



Sabiendo que la fórmula del área de un triángulo equilátero de lado l es $A = \frac{\sqrt{3}}{4}l^2$, hallar las dimensiones de la figura para que su área sea la mayor posible.

3. Estudiar para qué valores de λ es inversible la matriz siguiente:

$$\begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 1 & \lambda + 1 & 1 \\ 1 & 0 & \lambda - 1 \end{bmatrix}$$

y, en caso de ser posible, hallar su inversa para $\lambda = 2$.

4. En el espacio se consideran los puntos $(1, 2, -3)$, $(3, -1, 0)$ y $(5, -4, 3)$. Investigar si están alineados. En caso afirmativo, hallar las ecuaciones de la recta que los contiene. En caso negativo, calcular la ecuación del plano que definen.

EXAMEN N° 2 OPCIÓN B

1. Dada la función $f(x)$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & (x < 0) \\ x^2 + ax & (x \geq 0) \end{cases}$$

determinar el valor (o los valores) de a para que resulte derivable en todos los puntos donde esté definida.

2. Dadas las funciones $x^2 + 2$ y $-x^2 + 10$, se pide:

- Representar el recinto limitado por las gráficas de ambas funciones.
- Calcular el área de dicho recinto.

3. Discutir el siguiente sistema en función de los valores del parámetro m y resolverlo para un valor que lo haga compatible y determinado:

$$mx + y + z = 1$$

$$x + my + z = m$$

$$x + y + mz = m^2$$

4. Obtener la ecuación del plano que contiene a las dos rectas siguientes:

$$r_1 \equiv \frac{x-3}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z}{-2}; r_2 \equiv \{(x, y, z) = (-7, 1, 2) + \lambda(4, -1, 0)\}.$$