

MATEMÁTICAS II

1. Lea cuidadosamente las dos opciones del examen.
2. Elija una de ellas y conteste a las cuatro cuestiones que figuran en ella.
3. No conteste a cuestiones correspondientes a diferentes opciones: Ello anulará su examen.

OPCIÓN "A"

1.- Dibujar la figura limitada por las curvas cuyas ecuaciones son: $\begin{cases} y = 2 - x^2 \\ y = |x| \end{cases}$, y hallar el área de la misma.

2.- Se quiere construir un depósito abierto de base cuadrada y paredes verticales con capacidad para 13,5 metros cúbicos. Para ello se dispone de chapa de acero de grosor uniforme. Calcular las dimensiones del depósito para que el gasto en chapa sea el menor posible.

3.- Dada la matriz $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & k & 1 \\ -1 & 3 & -k \end{bmatrix}$, discutir la existencia de su inversa en función del parámetro k . ¿Es posible el cálculo de la inversa para $k = 2$? En caso afirmativo, hallarla.

4.- Discutir la posición relativa de la recta $r \equiv \begin{cases} 2x + 2y + (m+1)z = 3 \\ -x + y + z = 1 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv mx + 2y + 3z = 3$, en función del parámetro m .

OPCIÓN "B"

1.- Se considera la función definida por $f(x) = \begin{cases} a \sin x + b \cos x, & x < \frac{\pi}{2} \\ \sin^2 x - a \cos x, & x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$. Determinar a y b para que sea continua y derivable para todos los valores de x .

2.- Obtener la expresión de una función $f(x)$ sabiendo que $f'(x) = (x+1)e^{2x}$ y que $f(0) = \frac{5}{4}$.

3.- En este ejercicio X e Y son dos matrices desconocidas que hay que calcular. Hallarlas sabiendo que satisfacen el sistema siguiente:

$$\begin{aligned} 5X + 3Y &= \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 15 \end{bmatrix} \\ 3X + 2Y &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 9 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

4.- Determinar las posiciones relativas de las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} -x + y = 4 \\ x + y - 2z = -2 \end{cases}, \quad s \equiv \frac{x}{3} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-3}{3}$$